

Programme de colle n°6

semaine 9 du 8 novembre au 12 novembre 2021

Attention en raison du 11 novembre les colles du jeudi doivent être déplacées

Chapitre 7 : Calcul de primitives

- Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes. Théorème fondamental de l'analyse (admis). Lien entre intégrales et primitives.
- Description de l'ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle connaissant l'une d'entre elles.
- Étude de $\int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt$
- Primitives usuelles
- Intégration par parties et changement de variables.
- Calcul des primitives, application au calcul d'intégrales.
- Primitives de $x \mapsto e^{\lambda x}$ pour $\lambda \in \mathbb{C}$, applications aux primitives de $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$ et $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$ où $a, b \in \mathbb{R}$.
- Primitives de fonctions du type $x \mapsto \frac{1}{ax^2 + bx + c}$
- Primitives de dérivées de fonctions composées.

Exercices à savoir refaire :

E1 - **EX1 TD7** : Soit Ψ définie par $\Psi(x) = \int_x^{3x} e^{-t^2} dt$

- (a) Déterminer l'ensemble de définition de Ψ .
- (b) Justifier que Ψ est dérivable sur son domaine de définition.
- (c) Étudier les variations de Ψ .
- (d) Déterminer sa limite en $+\infty$.

E2 - Calculer $I = \int_0^{\pi} (t^2 - t + 1) \cos(t) dt$.

E3 - **Ex 2.3 TD7** Déterminer une primitive de $x \mapsto \frac{x}{\cos^2 x}$

E4 - **Intégrales de Wallis** Soit $n \in \mathbb{N}$, on définit l'intégrale de Wallis par $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t)^n dt$.

- (a) Établir une relation de récurrence entre I_n et I_{n-2} pour $n \geq 2$.
- (b) Pour tout $p \in \mathbb{N}$, calculer I_{2p} et I_{2p+1} .

E5 - **Ex 4.2.** Calculer $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$.

E6 - Déterminer une primitive de $f : x \mapsto \frac{2x+1}{x(x+1)^2}$.

E7 - Déterminer une primitive de $h : x \mapsto \frac{1}{1+x+x^2}$.