

# Programme de colle n°6

semaine 9 du 8 novembre au 12 novembre 2021

**Attention** en raison du 11 novembre les colles du jeudi doivent être déplacées

## Chapitre 7 : Calcul de primitives

- Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes. Théorème fondamental de l'analyse (admis). Lien entre intégrales et primitives.
- Description de l'ensemble des primitives d'une fonction sur un intervalle connaissant l'une d'entre elles.
- Étude de  $\int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt$
- Primitives usuelles
- Intégration par parties et changement de variables.
- Calcul des primitives, application au calcul d'intégrales.
- Primitives de  $x \mapsto e^{\lambda x}$  pour  $\lambda \in \mathbb{C}$ , applications aux primitives de  $x \mapsto e^{ax} \cos(bx)$  et  $x \mapsto e^{ax} \sin(bx)$  où  $a, b \in \mathbb{R}$ .
- Primitives de fonctions du type  $x \mapsto \frac{1}{ax^2 + bx + c}$
- Primitives de dérivées de fonctions composées.

### Exercices à savoir refaire :

E1 - **EX1 TD7** : Soit  $\Psi$  définie par  $\Psi(x) = \int_x^{3x} e^{-t^2} dt$

- (a) Déterminer l'ensemble de définition de  $\Psi$ .
- (b) Justifier que  $\Psi$  est dérivable sur son domaine de définition.
- (c) Étudier les variations de  $\Psi$ .
- (d) Déterminer sa limite en  $+\infty$ .

E2 - Calculer  $I = \int_0^{\pi} (t^2 - t + 1) \cos(t) dt$ .

E3 - **Ex 2.3 TD7** Déterminer une primitive de  $x \mapsto \frac{x}{\cos^2 x}$

E4 - **Intégrales de Wallis** Soit  $n \in \mathbb{N}$ , on définit l'intégrale de Wallis par  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t)^n dt$ .

- (a) Établir une relation de récurrence entre  $I_n$  et  $I_{n-2}$  pour  $n \geq 2$ .
- (b) Pour tout  $p \in \mathbb{N}$ , calculer  $I_{2p}$  et  $I_{2p+1}$ .

E5 - **Ex 4.2.** Calculer  $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ .

E6 - Déterminer une primitive de  $f : x \mapsto \frac{2x+1}{x(x+1)^2}$ .

E7 - Déterminer une primitive de  $h : x \mapsto \frac{1}{1+x+x^2}$ .